

**PROVA DE
MATEMÁTICA**

Novembro 2008

LEIA COM ATENÇÃO AS INSTRUÇÕES ABAIXO.

1 - Você está recebendo o seguinte material:

a) este caderno com as **questões de múltipla escolha e discursivas, das partes de formação geral e componente específico da área**, e as questões relativas à sua percepção sobre a prova, assim distribuídas:

Partes	Números das questões	Peso de cada parte
Formação Geral / Múltipla Escolha	1 a 8	60%
Formação Geral / Discursivas	9 e 10	40%
Componente Específico / Núcleo Comum / Múltipla Escolha	11 a 27	Questões de Múltipla Escolha 85%
Componente Específico / Núcleo Comum / Discursivas	28 e 29	
Componente Específico / Licenciatura / Múltipla Escolha	30 a 39	
Componente Específico / Licenciatura / Discursiva	40	Questões Discursivas 15%
Componente Específico / Bacharelado / Múltipla Escolha	41 a 50	
Componente Específico / Bacharelado / Discursiva	51	
Percepção sobre a prova	1 a 9	—

b) um Caderno de Respostas em cuja capa existe, na parte inferior, um cartão destinado às respostas das questões de múltipla escolha e de percepção sobre a prova. As respostas às questões discursivas deverão ser escritas a caneta esferográfica de tinta preta, nos espaços especificados no Caderno de Respostas.

2 - Verifique se este material está completo e se o seu nome no Caderno de Respostas está correto. Caso contrário, notifique imediatamente a um dos responsáveis pela sala. Após a conferência de seu nome no Caderno de Respostas, quando autorizado, você deverá assiná-lo no espaço próprio, utilizando caneta esferográfica de tinta preta.

3 - Observe, no Caderno de Respostas, as instruções sobre a marcação das respostas às questões de múltipla escolha (apenas uma resposta por questão).

4 - Tenha muito cuidado com o Caderno de Respostas, para não o dobrar, amassar ou manchar. Esse caderno somente poderá ser substituído caso esteja danificado ou em caso de erro de distribuição.

5 - Esta prova é individual. São vedados o uso de calculadora, qualquer comunicação e(ou) troca de material entre os presentes e consultas a material bibliográfico, cadernos ou anotações de qualquer espécie.

6 - Quando terminar, entregue a um dos responsáveis pela sala seu Caderno de Respostas. Cabe esclarecer que você só poderá sair levando este Caderno de Questões após decorridos noventa minutos do início do Exame.

7 - Você terá quatro horas para responder às questões de múltipla escolha, discursivas e de percepção sobre a prova.

FORMAÇÃO GERAL

QUESTÃO 1

O escritor Machado de Assis (1839-1908), cujo centenário de morte está sendo celebrado no presente ano, retratou na sua obra de ficção as grandes transformações políticas que aconteceram no Brasil nas últimas décadas do século XIX. O fragmento do romance *Esaú e Jacó*, a seguir transcrito, reflete o clima político-social vivido naquela época.

Podia ter sido mais turbulento. Conspiração houve, decerto, mas uma barricada não faria mal. Seja como for, venceu-se a campanha. (...) Deodoro é uma bela figura. (...)

Enquanto a cabeça de Paulo ia formulando essas idéias, a de Pedro ia pensando o contrário; chamava o movimento um crime.

— Um crime e um disparate, além de ingratidão; o imperador devia ter pegado os principais cabeças e mandá-los executar.

ASSIS, Machado de. *Esaú e Jacó*. In: *Obra completa*. Rio de Janeiro: Nova Aguilar, 1979. v. 1, cap. LXVII (Fragmento).

Os personagens a seguir estão presentes no imaginário brasileiro, como símbolos da Pátria.

I



Disponível em: www.morcegolivre.vet.br

II



ERMAKOFF, George. *Rio de Janeiro, 1840-1900: Uma crônica fotográfica*. Rio de Janeiro: G. Ermakoff Casa Editorial, 2006, p. 189.

III



ERMAKOFF, George. *Rio de Janeiro, 1840-1900: Uma crônica fotográfica*. Rio de Janeiro: G. Ermakoff Casa Editorial, 2006, p. 38.

IV



LAGO, Pedro Corrêa do; BANDEIRA, Júlio. *Debret e o Brasil*: Obra completa 1816-1831. Rio de Janeiro: Capivara, 2007, p. 78.

V



LAGO, Pedro Corrêa do; BANDEIRA, Júlio. *Debret e o Brasil*: Obra completa 1816-1831. Rio de Janeiro: Capivara, 2007, p. 93.

Das imagens acima, as figuras referidas no fragmento do romance *Esaú e Jacó* são

A I e III.

B I e V.

C II e III.

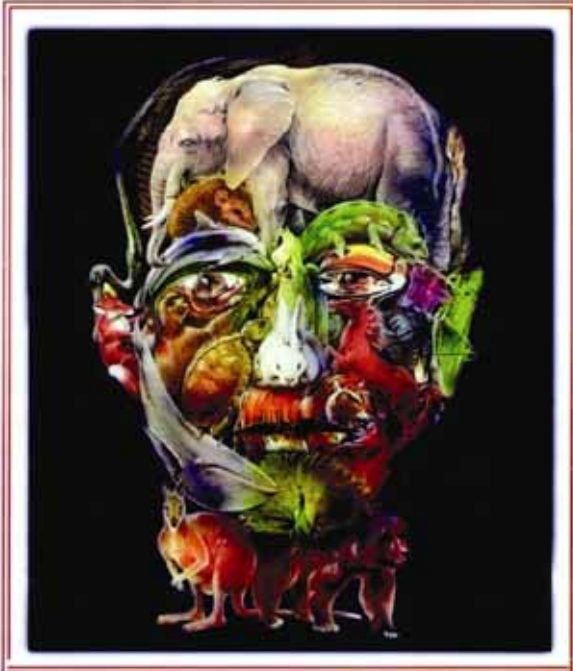
D II e IV.

E II e V.

QUESTÃO 2

Quando o homem não trata bem a natureza, a natureza não trata bem o homem.

Essa afirmativa reitera a necessária interação das diferentes espécies, representadas na imagem a seguir.



Disponível em <http://curiosidades.spaceblog.com.br>. Acesso em 10 out. 2008.

Depreende-se dessa imagem a

- Ⓐ atuação do homem na clonagem de animais pré-históricos.
- Ⓑ exclusão do homem na ameaça efetiva à sobrevivência do planeta.
- Ⓒ ingerência do homem na reprodução de espécies em cativeiro.
- Ⓓ mutação das espécies pela ação predatória do homem.
- Ⓔ responsabilidade do homem na manutenção da biodiversidade.

QUESTÃO 3

A exposição aos raios ultravioleta tipo B (UVB) causa queimaduras na pele, que podem ocasionar lesões graves ao longo do tempo. Por essa razão, recomenda-se a utilização de filtros solares, que deixam passar apenas certa fração desses raios, indicada pelo Fator de Proteção Solar (FPS). Por exemplo, um protetor com FPS igual a 10 deixa passar apenas 1/10 (ou seja, retém 90%) dos raios UVB. Um protetor que retenha 95% dos raios UVB possui um FPS igual a

- Ⓐ 95.
- Ⓑ 90.
- Ⓒ 50.
- Ⓓ 20.
- Ⓔ 5.

QUESTÃO 4

CIDADÃS DE SEGUNDA CLASSE?

As melhores leis a favor das mulheres de cada país-membro da União Européia estão sendo reunidas por especialistas. O objetivo é compor uma legislação continental capaz de contemplar temas que vão da contracepção à equidade salarial, da prostituição à aposentadoria. Contudo, uma legislação que assegure a inclusão social das cidadãs deve contemplar outros temas, além dos citados.

São dois os temas mais específicos para essa legislação:

- Ⓐ aborto e violência doméstica.
- Ⓑ cotas raciais e assédio moral.
- Ⓒ educação moral e trabalho.
- Ⓓ estupro e imigração clandestina.
- Ⓔ liberdade de expressão e divórcio.

QUESTÃO 5

A foto a seguir, da americana Margaret Bourke-White (1904-71), apresenta desempregados na fila de alimentos durante a Grande Depressão, que se iniciou em 1929.



STRICKLAND, Carol; BOSWELL, John. *Arte Comentada: da pré-história ao pós-moderno*. Rio de Janeiro: Ediouro [s.d.].

Além da preocupação com a perfeita composição, a artista, nessa foto, revela

- Ⓐ a capacidade de organização do operariado.
- Ⓑ a esperança de um futuro melhor para negros.
- Ⓒ a possibilidade de ascensão social universal.
- Ⓓ as contradições da sociedade capitalista.
- Ⓔ o consumismo de determinadas classes sociais.

QUESTÃO 6

CENTROS URBANOS MEMBROS DO GRUPO “ENERGIA-CIDADES”



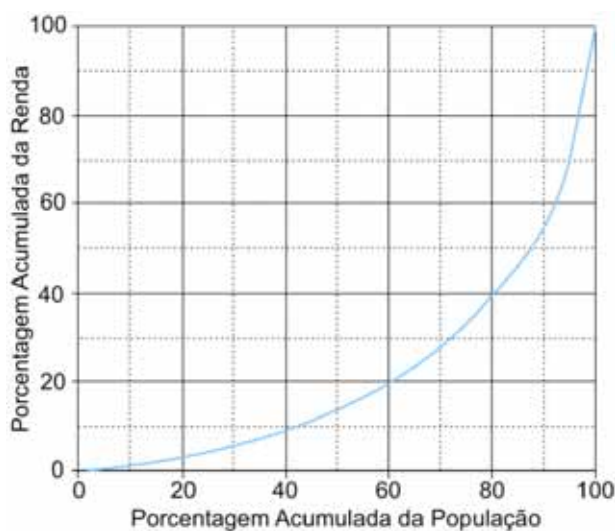
LE MONDE Diplomatique Brasil. Atlas do Meio Ambiente, 2008, p. 82.

No mapa, registra-se uma prática exemplar para que as cidades se tornem sustentáveis de fato, favorecendo as trocas horizontais, ou seja, associando e conectando territórios entre si, evitando desperdícios no uso de energia.

Essa prática exemplar apóia-se, fundamentalmente, na

- A centralização de decisões políticas.
- B atuação estratégica em rede.
- C fragmentação de iniciativas institucionais.
- D hierarquização de autonomias locais.
- E unificação regional de impostos.

QUESTÃO 7



Apesar do progresso verificado nos últimos anos, o Brasil continua sendo um país em que há uma grande desigualdade de renda entre os cidadãos. Uma forma de se constatar este fato é por meio da Curva de Lorenz, que fornece, para cada valor de x entre 0 e 100, o percentual da renda total do País auferido pelos $x\%$ de brasileiros de menor renda. Por exemplo, na Curva de Lorenz para 2004, apresentada ao lado, constata-se que a renda total dos 60% de menor renda representou apenas 20% da renda total.

De acordo com o mesmo gráfico, o percentual da renda total correspondente aos 20% de **maior** renda foi, aproximadamente, igual a

- A 20%.
- B 40%.
- C 50%.
- D 60%.
- E 80%.

QUESTÃO 8

O filósofo alemão Friedrich Nietzsche (1844-1900), talvez o pensador moderno mais incômodo e provocativo, influenciou várias gerações e movimentos artísticos. O Expressionismo, que teve forte influência desse filósofo, contribuiu para o pensamento contrário ao racionalismo moderno e ao trabalho mecânico, através do embate entre a razão e a fantasia. As obras desse movimento deixam de priorizar o padrão de beleza tradicional para focar a instabilidade da vida, marcada por angústia, dor, inadequação do artista diante da realidade.

Das obras a seguir, a que reflete esse enfoque artístico é



A
Homem idoso na poltrona
Rembrandt van Rijn – Louvre, Paris.
Disponível em: <http://www.allposters.com>



B
Figura e borboleta
Milton Dacosta
Disponível em: <http://www.unesp.br>



C
O grito – Edvard Munch – Museu Munch, Oslo
Disponível em: <http://members.cox.net>



D
Menino mordido por um lagarto
Michelangelo Merisi (Caravaggio)
National Gallery, Londres
Disponível em: <http://vr.theatre.ntu.edu.tw>



E
Abaporu – Tarsila do Amaral
Disponível em: <http://tarsiladoamaral.com.br>

QUESTÃO 9 – DISCURSIVA

DIREITOS HUMANOS EM QUESTÃO



LE MONDE Diplomatique Brasil. Ano 2, n. 7, fev. 2008, p. 31.

O caráter universalizante dos direitos do homem (...) não é da ordem do saber teórico, mas do operatório ou prático: eles são invocados para agir, desde o princípio, em qualquer situação dada.

François JULIEN, filósofo e sociólogo.

Neste ano, em que são comemorados os 60 anos da Declaração Universal dos Direitos Humanos, novas perspectivas e concepções incorporam-se à agenda pública brasileira. Uma das novas perspectivas em foco é a visão mais integrada dos direitos econômicos, sociais, civis, políticos e, mais recentemente, ambientais, ou seja, trata-se da integralidade ou indivisibilidade dos direitos humanos. Dentre as novas concepções de direitos, destacam-se:

- ▶ a habitação como **moradia digna** e não apenas como necessidade de abrigo e proteção;
- ▶ a segurança como **bem-estar** e não apenas como necessidade de vigilância e punição;
- ▶ o trabalho como **ação para a vida** e não apenas como necessidade de emprego e renda.

Tendo em vista o exposto acima, selecione **uma** das concepções destacadas e esclareça por que ela representa um avanço para o exercício pleno da cidadania, na perspectiva da integralidade dos direitos humanos.

Seu texto deve ter entre **8 e 10** linhas.

(valor: 10,0 pontos)

RASCUNHO – QUESTÃO 9

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

QUESTÃO 10 – DISCURSIVA



Revista Veja, 20 ago. 2008, p. 72-3.

Alunos dão nota 7,1 para ensino médio

Apesar das várias avaliações que mostram que o ensino médio está muito aquém do desejado, os alunos, ao analisarem a formação que receberam, têm outro diagnóstico. No questionário socioeconômico que responderam no Enem (Exame Nacional do Ensino Médio) do ano passado, eles deram para seus colégios nota média 7,1. Essa boa avaliação varia pouco conforme o desempenho do aluno. Entre os que foram mal no exame, a média é de 7,2; entre aqueles que foram bem, ela fica em 7,1.

GOIS, Antonio. Folha de S.Paulo, 11 jun. 2008 (Fragmento).

Entre os piores também em matemática e leitura

O Brasil teve o quarto pior desempenho, entre 57 países e territórios, no maior teste mundial de matemática, o Programa Internacional de Avaliação de Alunos (Pisa) de 2006. Os estudantes brasileiros de escolas públicas e particulares ficaram na 54.^a posição, à frente apenas de Tunísia, Qatar e Quirguistão. Na prova de leitura, que mede a compreensão de textos, o país foi o oitavo pior, entre 56 nações.

Os resultados completos do Pisa 2006, que avalia jovens de 15 anos, foram anunciados ontem pela Organização para a Cooperação e o Desenvolvimento (OCDE), entidade que reúne países adeptos da economia de mercado, a maioria do mundo desenvolvido.

WEBER, Demétrio. Jornal O Globo, 5 dez. 2007, p. 14 (Fragmento).

Ensino fundamental atinge meta de 2009

O aumento das médias dos alunos, especialmente em matemática, e a diminuição da reprovação fizeram com que, de 2005 para 2007, o país melhorasse os indicadores de qualidade da educação. O avanço foi mais visível no ensino fundamental. No ensino médio, praticamente não houve melhoria. Numa escala de zero a dez, o ensino fundamental em seus anos iniciais (da primeira à quarta série) teve nota 4,2 em 2007. Em 2005, a nota fora 3,8. Nos anos finais (quinta a oitava), a alta foi de 3,5 para 3,8. No ensino médio, de 3,4 para 3,5. Embora tenha comemorado o aumento da nota, ela ainda foi considerada “pior do que regular” pelo ministro da Educação, Fernando Haddad.

GOIS, Antonio; PINHO, Angela. Folha de S.Paulo, 12 jun. 2008 (Fragmento).

A partir da leitura dos fragmentos motivadores reproduzidos, redija um texto dissertativo (fundamentado em pelo menos dois argumentos), sobre o seguinte tema:

A contradição entre os resultados de avaliações oficiais e a opinião emitida pelos professores, pais e alunos sobre a educação brasileira.

No desenvolvimento do tema proposto, utilize os conhecimentos adquiridos ao longo de sua formação.

Observações

- Seu texto deve ser de cunho dissertativo-argumentativo (não deve, portanto, ser escrito em forma de poema, de narração etc.).
- Seu ponto de vista deve estar apoiado em pelo menos dois argumentos.
- O texto deve ter entre 8 e 10 linhas.
- O texto deve ser redigido na modalidade padrão da língua portuguesa.
- Seu texto não deve conter fragmentos dos textos motivadores.

(valor: 10,0 pontos)

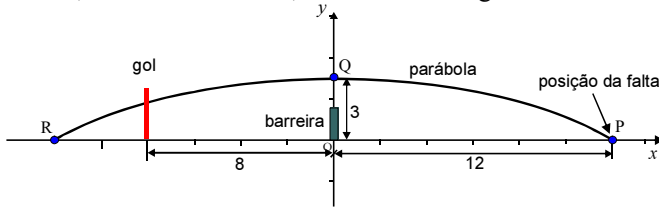
RASCUNHO – QUESTÃO 10

1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	

COMPONENTE ESPECÍFICO

QUESTÃO 11

Em um jogo de futebol, um jogador irá bater uma falta diretamente para o gol. A falta é batida do ponto P , localizado a 12 metros da barreira. Suponha que a trajetória da bola seja uma parábola, com ponto de máximo em Q , exatamente acima da barreira, a 3 metros do chão, como ilustra a figura abaixo.



Sabendo-se que o gol está a 8 metros da barreira, a que altura está a bola ao atingir o gol?

- A $\frac{3}{2}$ m
- B $\frac{4}{3}$ m
- C 1 m
- D 2 m
- E $\frac{5}{3}$ m

QUESTÃO 12

No plano cartesiano xOy , as equações $x^2 + y^2 + y = 0$ e $x^2 - y - 1 = 0$ representam uma circunferência Γ e uma parábola P , respectivamente. Nesse caso,

- A a reta de equação $y = -1$ é tangente às curvas Γ e P .
- B as curvas Γ e P têm mais de um ponto em comum.
- C existe uma reta que passa pelo centro de Γ e que não intercepta a parábola P .
- D o raio da circunferência Γ é igual a 1.
- E a parábola P tem concavidade voltada para baixo.

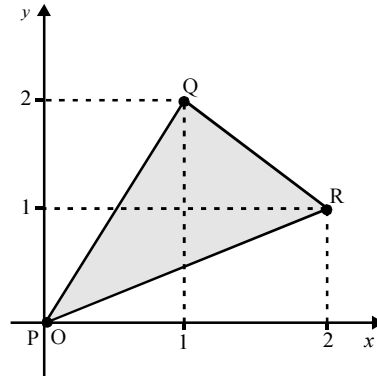
QUESTÃO 13

Há 10 postos de gasolina em uma cidade. Desses 10, exatamente dois vendem gasolina adulterada. Foram sorteados aleatoriamente dois desses 10 postos para serem fiscalizados. Qual é a probabilidade de que os dois postos infratores sejam sorteados?

- A $\frac{1}{45}$
- B $\frac{1}{20}$
- C $\frac{1}{10}$
- D $\frac{1}{5}$
- E $\frac{1}{2}$

QUESTÃO 14

Assinale a opção que contém o sistema de inequações que determina a região triangular PQR desenhada abaixo.

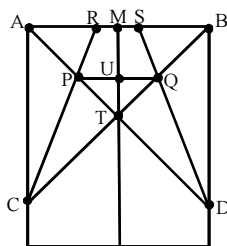


- A $\begin{cases} y - 2x < 0 \\ 2y - x < 0 \\ y + x > 3 \end{cases}$
- B $\begin{cases} y - 2x > 0 \\ 2y - x > 0 \\ y + x > 3 \end{cases}$
- C $\begin{cases} y - 2x < 0 \\ 2y - x < 0 \\ y + x < 3 \end{cases}$
- D $\begin{cases} y - 2x > 0 \\ 2y - x < 0 \\ y + x > 3 \end{cases}$
- E $\begin{cases} y - 2x < 0 \\ 2y - x > 0 \\ y + x < 3 \end{cases}$

RASCUNHO

QUESTÃO 15

Uma professora do ensino fundamental resolveu utilizar, em suas aulas, a construção de um avião de papel para explorar alguns conceitos e propriedades da geometria plana. Utilizando uma folha de papel retangular, os estudantes deveriam começar fazendo as dobras na folha ao longo dos segmentos de reta indicados na figura ao lado.



As seguintes condições, segundo instruções da professora, devem ser satisfeitas:

- ▶ a reta determinada por M e U é a mediatriz do segmento AB;
- ▶ AC, BD e AB são segmentos congruentes;
- ▶ PT e TQ são segmentos congruentes;
- ▶ PD e BD são segmentos congruentes.

A partir da análise da figura, um estudante afirmou o seguinte:

O triângulo PQD é obtusângulo

porque

o triângulo PQT é equilátero.

Com relação ao que foi afirmado pelo estudante, assinale a opção correta.

- Ⓐ As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.
- Ⓑ As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda não é uma justificativa correta da primeira.
- Ⓒ A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é falsa.
- Ⓓ A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é verdadeira.
- Ⓔ Ambas as asserções são proposições falsas.

QUESTÃO 16

A concentração de certo fármaco no sangue, t horas após sua administração, é dada pela fórmula:

$$y(t) = \frac{10t}{(t+1)^2}, \quad t \geq 0.$$

Em qual intervalo essa função é crescente?

- Ⓐ $t \geq 0$
- Ⓑ $t > 10$
- Ⓒ $t > 1$
- Ⓓ $0 \leq t < 1$
- Ⓔ $\frac{1}{2} < t < 10$

QUESTÃO 17

No plano complexo, a área do triângulo de vértices $2i$, $e^{i\frac{\pi}{4}}$ e $e^{i\frac{3\pi}{4}}$ é

- Ⓐ $\frac{1}{2}$
- Ⓑ $\sqrt{2}$
- Ⓒ $\sqrt{2} - \frac{1}{2}$
- Ⓓ $2\sqrt{2} - 2$
- Ⓔ $\frac{1}{2}(\sqrt{2} - \frac{1}{2})$

QUESTÃO 18

No anel dos inteiros módulo 12, $R = \mathbb{Z} / 12\mathbb{Z}$,

- Ⓐ não há divisores de zero.
- Ⓑ todo elemento não-nulo é inversível.
- Ⓒ o subconjunto dos elementos inversíveis forma um subanel de R .
- Ⓓ a multiplicação não é comutativa.
- Ⓔ há exatamente 4 elementos inversíveis.

QUESTÃO 19

Considere $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ uma função com derivada $\frac{dg}{dt}$

contínua e f a função definida por $f(x) = \int_0^x \frac{dg}{dt}(t) dt$ para

todo $x \in \mathbb{R}$.

Nessas condições, avalie as afirmações que se seguem.

- I A função f é integrável em todo intervalo $[a, b]$, $a, b \in \mathbb{R}$, $a < b$.
- II A função f é derivável e sua derivada é a função g .
- III A função diferença $f - g$ é uma função constante.

É correto o que se afirma em

- Ⓐ I, apenas.
- Ⓑ II, apenas.
- Ⓒ I e III, apenas.
- Ⓓ II e III, apenas.
- Ⓔ I, II e III.

RASCUNHO

QUESTÃO 20

Para cada número real x , considere o conjunto C_x formado por todos os números obtidos somando-se a x um número racional, isto é,

$$C_x = \{x + r : r \in \mathbb{Q}\}.$$

Sob essas condições, conclui-se que

- A o número π pertence ao conjunto C_1 .
- B o conjunto $C_4 \cap C_5$ possui um único elemento.
- C o número $\sqrt{2}$ pertence ao conjunto $C_{\sqrt{3}}$.
- D os conjuntos C_3 e $C_{1/3}$ são iguais.
- E o número zero pertence ao conjunto $C_\pi \cup C_{-\pi}$.

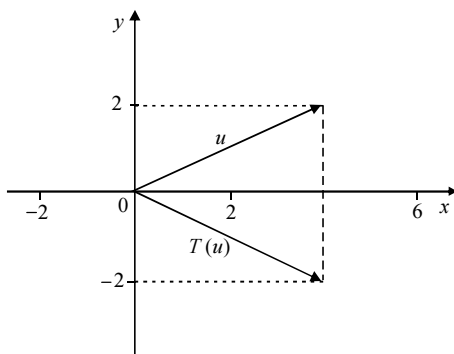
QUESTÃO 21

Para que valores de k e m o polinômio $P(x) = x^3 - 3x^2 + kx + m$ é múltiplo de $Q(x) = x^2 - 4$?

- A $k = -4$ e $m = 12$
- B $k = -3$ e $m = -4$
- C $k = -3$ e $m = -12$
- D $k = -4$ e $m = -3$
- E $k = -2$ e $m = 2$

QUESTÃO 22

Uma transformação linear $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ faz uma reflexão em relação ao eixo horizontal, conforme mostrado na figura a seguir.



Essa transformação T

- A é dada por $T(x, y) = (-x, y)$.
- B tem autovetor $(0, -1)$ com autovalor associado igual a 2.
- C tem autovetor $(2, 0)$ com autovalor associado igual a 1.
- D tem autovalor de multiplicidade 2.
- E não é inversível.

QUESTÃO 23

Considere o sistema de equações a seguir.

$$\begin{cases} x + y + z = 1 \\ 2x + 2y + 2z = 4 \\ 3x + 3y + 4z = 5 \end{cases}$$

Analise as asserções seguintes relativas à resolução desse sistema de equações lineares.

O sistema não tem solução

porque

o determinante da matriz dos coeficientes é igual a zero.

A respeito dessa afirmação, assinale a opção correta.

- A As duas asserções são proposições verdadeiras e a segunda é uma justificativa correta da primeira.
- B As duas asserções são proposições verdadeiras, mas a segunda não é uma justificativa correta da primeira.
- C A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é falsa.
- D A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é verdadeira.
- E Ambas as asserções são proposições falsas.

RASCUNHO

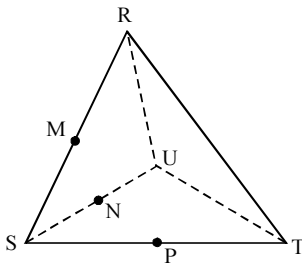
QUESTÃO 24

Considere que $Q_1 = \{r_1, r_2, r_3, \dots\}$ seja uma enumeração de todos os números racionais pertencentes ao intervalo $[0, 1]$ e que, para cada número inteiro $i \geq 1$, I_i denote o intervalo aberto $(r_i - \frac{1}{2^{i+2}}, r_i + \frac{1}{2^{i+2}})$, cujo comprimento é l_i . Qual é a soma da série $\sum_{i=1}^{\infty} l_i$?

- A $\frac{1}{3}$
- B $\frac{1}{2}$
- C $\frac{2}{3}$
- D $\frac{3}{4}$
- E $\frac{5}{4}$

QUESTÃO 25

O projeto de construção de uma peça de artesanato foi realizado utilizando-se um *software* geométrico que permite interceptar um tetraedro regular com planos. A figura a seguir mostra o tetraedro RSTU e três pontos M, N e P do plano α de interseção.



Sabendo que M, N e P são pontos médios de SR, SU e ST, respectivamente, e que o tetraedro RSTU tem volume igual a 1, avalie as seguintes afirmações.

- I O volume da pirâmide SMNP é igual $\frac{1}{2}$.
- II A interseção do plano α com o tetraedro é um paralelogramo.
- III As retas que contêm as arestas MP e RU são reversas.

É correto o que se afirma em

- A I, apenas.
- B III, apenas.
- C I e II, apenas.
- D II e III, apenas.
- E I, II e III.

QUESTÃO 26

Analisando a função $f(x, y) = x^2(x - 1) + y(2x - y)$, definida no domínio $D = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2; -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$, um estudante de cálculo diferencial escreveu o seguinte:

A função f tem um ponto de mínimo global em D

porque

o ponto $(0, 0)$ é um ponto crítico de f .

A respeito da afirmação feita pelo estudante, assinale a opção correta.

- A As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.
- B As duas asserções são proposições verdadeiras, mas a segunda não é uma justificativa correta da primeira.
- C A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é falsa.
- D A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é verdadeira.
- E Ambas as asserções são proposições falsas.

QUESTÃO 27

Qual é o resto da divisão de 2^{334} por 23?

- A 2
- B 4
- C 8
- D 16
- E 20

RASCUNHO

QUESTÃO 28 – DISCURSIVA

Os gráficos abaixo mostram informações a respeito da área plantada e da produtividade das lavouras brasileiras de soja com relação às safras de 2000 a 2007.

A SEMENTE DO AGRONEGÓCIO

Com o crescimento desta década, o Brasil passou a responder por 27% do mercado global de soja. Um em cada cinco dólares exportados pelo agronegócio vem do complexo soja.



A proteína do campo. In: *Veja*, 23/7/2008, p. 79 e Ministério da Agricultura, Pecuária e Abastecimento (com adaptações).

Com base nessas informações, resolva o que se pede nos itens a seguir e transcreva suas respostas para o Caderno de Respostas, nos locais devidamente indicados.

- a) Considerando I = área plantada (em milhões de ha), II = produtividade (em kg/ha) e III = produção total de soja (em milhões de toneladas), preencha a tabela abaixo.

(valor: 5,0 pontos)

RASCUNHO – QUESTÃO 28 – ITEM a

ano	I	II	III
2000			
2001			
2002			
2003			
2004			
2005			
2006			
2007			

- b) Faça o esboço do “gráfico de linhas” que representa a quantidade de quilogramas de soja produzidos no Brasil, em milhões de toneladas, no período de 2000 a 2007. Nomeie as variáveis nos eixos de coordenadas e dê um título adequado para seu gráfico.

(valor: 5,0 pontos)

RASCUNHO – QUESTÃO 28 – ITEM b

Título:



QUESTÃO 29 – DISCURSIVA

Considere a seqüência numérica definida por

$$a_1 = \sqrt{a}$$
$$a_{n+1} = \sqrt{a + \sqrt{a_n}}, \text{ para } n = 1, 2, 3, \dots$$

Usando o princípio de indução finita, mostre que $a_n < a$ para todo $n \geq 1$ e $a \geq 2$. Para isso, resolva o que se pede nos itens a seguir e transcreva suas respostas para o Caderno de Respostas, nos locais devidamente indicados.

- a) Escreva a hipótese e a tese da propriedade a ser demonstrada. (valor: 1,0 ponto)
RASCUNHO – QUESTÃO 29 – ITEM a

Hipótese:	Tese:
------------------	--------------

- b) Prove que $a(a - 1) > 0$ para $a \geq 2$. (valor: 2,0 pontos)
RASCUNHO – QUESTÃO 29 – ITEM b

--

- c) Mostre que $\sqrt{a} < a$, para todo $a \geq 2$. (valor: 2,0 pontos)
RASCUNHO – QUESTÃO 29 – ITEM c

--

- d) Supondo que $a_n < a$, prove que $a_{n+1} < \sqrt{2a}$. (valor: 2,0 pontos)
RASCUNHO – QUESTÃO 29 – ITEM d

--

- e) Mostre que $a_{n+1} < a$. (valor: 2,0 pontos)
RASCUNHO – QUESTÃO 29 – ITEM e

--

- f) A partir dos passos anteriores, conclua a prova por indução. (valor: 1,0 ponto)
RASCUNHO – QUESTÃO 29 – ITEM f

--



1 – A seguir serão apresentadas questões de Múltipla Escolha e Discursivas específicas para as modalidades dos cursos de Matemática, assim distribuídas:

Modalidade	Número das questões	
	Múltipla Escolha	Discursiva
Licenciatura	30 a 39	40
Bacharelado	41 a 50	51

2 – Deste conjunto, você deve responder APENAS às questões referentes à modalidade do curso na qual você está inscrito, ou seja, você deverá responder somente às questões de Bacharelado ou somente às questões de Licenciatura.

3 – Observe atentamente os números das questões correspondentes à modalidade do curso na qual você está inscrito para preencher corretamente o Caderno de Respostas.

As questões de 30 a 40, a seguir, são específicas para os estudantes de

LICENCIATURA

QUESTÃO 30

As potencialidades pedagógicas da história no ensino de matemática têm sido bastante discutidas. Entre as justificativas para o uso da história no ensino de matemática, inclui-se o fato de ela suscitar oportunidades para a investigação. Considerando essa justificativa, um professor propôs uma atividade a partir da informação histórica de que o famoso matemático Pierre Fermat [1601-1665], que se interessava por números primos, percebeu algumas relações entre números primos ímpares e quadrados perfeitos.

Para que os alunos também descobrissem essa relação, pediu que eles completassem a tabela a seguir, verificando quais números primos ímpares podem ser escritos como soma de dois quadrados perfeitos. Além disso, solicitou que observassem alguma propriedade comum a esses números.

3	5	7	11	13	17	19	23	29
	1+4			4+9	1+16			
não	sim	não	não	sim	sim			

A partir da atividade de investigação proposta pelo professor, analise as afirmações seguintes.

- I Todo número primo da forma $4n + 1$ pode ser escrito como a soma de dois quadrados perfeitos.
- II Todo número primo da forma $4n + 3$ pode ser escrito como a soma de dois quadrados perfeitos.
- III Todo número primo da forma $2n + 1$ pode ser escrito como a soma de dois quadrados perfeitos.

Está correto o que se afirma em

- A I, apenas.
- B II, apenas.
- C I e III, apenas.
- D II e III, apenas.
- E I, II e III.

QUESTÃO 31

Na discussão relativa a funções exponenciais, um professor propôs a seguinte questão:

Para que valores não-nulos de k e m a função $f(x) = me^{kx}$ é uma função crescente?

Como estratégia de trabalho para que os alunos respondam à questão proposta, é adequado e suficiente o professor sugerir que os alunos

- A considerem $m = 1$ e $k = 1$, utilizem uma planilha eletrônica para calcular valores da função f em muitos pontos e comparem os valores obtidos.
- B considerem $m = 1$ e $k = 1$, $m = -1$ e $k = 1$, esbocem os gráficos da função f e, em seguida, comparem esses dois gráficos.
- C formem pequenos grupos, sendo que cada grupo deve esboçar o gráfico de uma das funções $y = me^x$, para $m = 1, 2, 3, 4$ ou 5 , e comparem, em seguida, os gráficos encontrados.
- D esbocem os gráficos das funções $y = e^x$ e $y = e^{-x}$ e analisem o que acontece com esses gráficos quando a variável e a função forem multiplicadas por constantes positivas ou negativas.
- E construam uma tabela com os valores de f para x número inteiro variando de -5 a 5 , fixando $m = 1$ e $k = 1$ e, em seguida, comparem os valores encontrados.

RASCUNHO

QUESTÃO 32

A Matemática no ensino médio tem papel formativo — contribui para o desenvolvimento de processos de pensamento e para a aquisição de atitudes — e caráter instrumental — pode ser aplicada às diversas áreas do conhecimento —, mas deve ser vista também como ciência, com suas características estruturais específicas.

OCNEM (com adaptações).

Ao planejar o estudo de funções no ensino médio, o(a) professor(a) deve observar que

- Ⓐ o objetivo do estudo de exponenciais é encontrar os zeros dessas funções.
- Ⓑ as funções logarítmicas podem ser usadas para transformar soma em produto.
- Ⓒ as funções trigonométricas devem ser apresentadas após o estudo das funções exponenciais.
- Ⓓ a função quadrática é exemplo típico de comportamento de fenômenos de crescimento populacional.
- Ⓔ o estudo de funções polinomiais deve contemplar propriedades de polinômios e de equações algébricas.

QUESTÃO 33

A professora Clara propôs a seus alunos que encontrassem a solução da seguinte equação do segundo grau:

$$x^2 - 1 = (2x + 3)(x - 1)$$

Pedro e João resolveram o exercício da seguinte maneira.

Resolução de Pedro:

$$x^2 - 1 = (2x + 3)(x - 1)$$

$$x^2 - 1 = 2x^2 + x - 3$$

$$2 - x = x^2$$

Como 1 é solução dessa equação, então $S = \{1\}$

Resolução de João:

$$x^2 - 1 = (2x + 3)(x - 1)$$

$$(x - 1)(x + 1) = (2x + 3)(x - 1)$$

$$x + 1 = 2x + 3$$

$$x = -2$$

Portanto, $S = \{-2\}$

Pedro e João perguntaram à professora por que encontraram soluções diferentes. A professora observou que outros alunos haviam apresentado soluções parecidas com as deles.

Entre as estratégias apresentadas nas opções a seguir, escolha a mais adequada a ser adotada por Clara visando à aprendizagem significativa por parte dos alunos.

- Ⓐ Indicar individualmente, para cada aluno que apresentou uma resolução incorreta, onde está o erro e como corrigi-lo, a partir da estratégia inicial escolhida pelo aluno.
- Ⓑ Resolver individualmente o exercício para cada aluno, usando a fórmula da resolução da equação do 2.º grau, mostrando que esse é o método que fornece a resposta correta.
- Ⓒ Pedir a Pedro e João que apresentem à classe suas soluções para discussão e estimular os alunos a tentarem compreender onde está a falha nas soluções apresentadas e como devem fazer para corrigi-las.
- Ⓓ Escrever a solução do exercício no quadro, usando a fórmula da resolução da equação do 2.º grau, para que os alunos percebam que esse é o método que fornece a resposta correta.
- Ⓔ Pedir que cada um deles comunique à classe como resolveu o exercício e, em seguida, explicar no quadro para a turma onde está a falha na resolução de cada um e como eles devem fazer para corrigi-la.

QUESTÃO 34

Observe a seguinte atividade de construções geométricas.

- Construir um triângulo ABC qualquer.
- Traçar a bissetriz do ângulo \widehat{BAC} e, em seguida, a bissetriz do ângulo \widehat{ABC} .
- Marcar o ponto de encontro dessas duas bissetrizes.
- Traçar a bissetriz do ângulo \widehat{ACB} .
O que você observa?
Será que, se você recomeçar a construção a partir de outro triângulo, chegará à mesma observação?

O uso de um *software* de geometria dinâmica na execução dessa atividade e de outras similares

- Ⓐ pode mostrar que o estudo das construções com régua e compasso é desnecessário.
- Ⓑ dispensa a demonstração dos resultados encontrados pelos alunos.
- Ⓒ prejudica o desenvolvimento do raciocínio lógico-dedutivo.
- Ⓓ dificulta o desenvolvimento do pensamento geométrico.
- Ⓔ pode contribuir para a elaboração de conjecturas pelos alunos.

RASCUNHO

QUESTÃO 35

Algumas civilizações utilizavam diferentes métodos para multiplicar dois números inteiros positivos. Por volta de 1400 a.C., os egípcios utilizavam uma estratégia para multiplicar dois números que consistia em dobrar e somar. Por exemplo, para calcular 47×33 , o método pode ser descrito do seguinte modo:

- escolha um dos fatores; por exemplo, 47;
- na 1.^a linha de uma tabela, escreva o número 1 na 1.^a coluna e o fator escolhido, na 2.^a coluna;
- em cada linha seguinte da tabela, escreva o dobro dos números da linha anterior, até encontrar, na 1.^a coluna, o menor número cujo dobro seja maior ou igual ao outro fator, no caso, 33;

→	1	47	←
	2	94	
	4	188	
	8	376	
	16	752	
→	32	1.504	←

- selecione os números da 1.^a coluna cuja soma seja igual a 33, conforme indicado na tabela, ou seja, $1 + 32 = 33$;
- adicione os números correspondentes da 2.^a coluna, ou seja, $47 + 1.504 = 1.551$;
- tome como resultado da multiplicação o valor 1.551.

Com base nessas informações, analise as asserções a seguir.

Utilizando o método egípcio, é possível multiplicar quaisquer dois números inteiros positivos,

porque

todo número inteiro positivo pode ser escrito como uma soma de potências de 2.

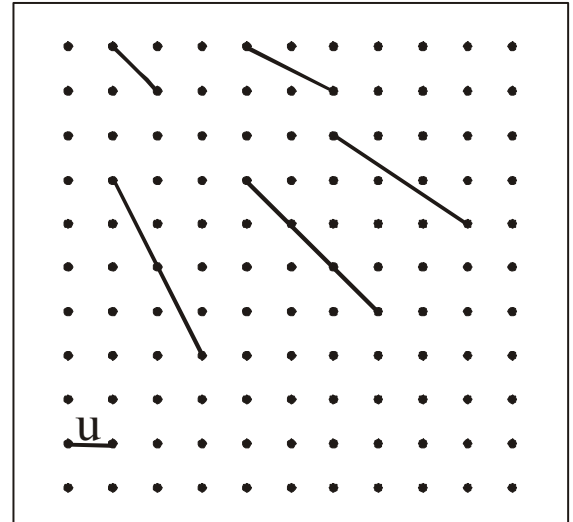
A respeito dessa afirmação, assinale a opção correta.

- A As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.
- B As duas asserções são proposições verdadeiras, mas a segunda não é uma justificativa correta da primeira.
- C A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é falsa.
- D A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é verdadeira.
- E Ambas as asserções são proposições falsas.

RASCUNHO

QUESTÃO 36

A figura abaixo mostra alguns segmentos construídos em um geoplano por um estudante, de acordo com a orientação dada pela professora.



Acerca do uso do geoplano retangular nessa atividade, assinale a opção **incorreta**.

- A O geoplano auxilia na compreensão de que $\sqrt{a} + \sqrt{b} \neq \sqrt{a+b}$.
- B O geoplano auxilia na compreensão de que $\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$.
- C O geoplano auxilia na representação geométrica de números irracionais da forma \sqrt{a} .
- D O geoplano auxilia na obtenção da relação entre o comprimento de uma circunferência e seu diâmetro.
- E O geoplano auxilia na simplificação de expressões com irracionais algébricos, como, por exemplo, $\sqrt{20} + \sqrt{5} = 3\sqrt{5}$.

QUESTÃO 37

Segundo os parâmetros curriculares nacionais, todas as disciplinas escolares devem contribuir com a construção da cidadania. Refletindo sobre esse tema, avalie as asserções a seguir.

Uma forma de o ensino da Matemática contribuir com a formação do cidadão é o professor propor situações-problema aos alunos, pedir que eles exponham suas soluções aos colegas e expliquem a estratégia de resolução utilizada, estimulando o debate entre eles,

porque

os alunos, ao expor seu trabalho para os colegas, ouvir e debater com eles as diferentes estratégias utilizadas, são estimulados a justificar suas próprias estratégias, o que contribui com o desenvolvimento da autonomia, estimula a habilidade de trabalhar em coletividade e a respeitar a opinião do outro, características fundamentais de um cidadão crítico e consciente.

A respeito dessa afirmação, assinale a opção correta.

- Ⓐ As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.
- Ⓑ As duas asserções são proposições verdadeiras, mas a segunda não é uma justificativa correta da primeira.
- Ⓒ A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é falsa.
- Ⓓ A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é verdadeira.
- Ⓔ Ambas as asserções são proposições falsas.

QUESTÃO 38

Entre os procedimentos envolvidos na modelagem de uma situação-problema, estão sua tradução para a linguagem matemática e a resolução do problema, utilizando-se conhecimentos matemáticos. Nessa perspectiva, um professor propôs a seguinte situação-problema para seus alunos:

Escolha o nome para uma empresa que possa ser lido da mesma forma de qualquer um dos lados de uma porta de vidro transparente.

A solução desse problema pressupõe encontrar

- Ⓐ letras do alfabeto que sejam simétricas em relação a um ponto.
- Ⓑ letras do alfabeto que tenham simetria em relação a um eixo horizontal.
- Ⓒ letras do alfabeto que tenham simetria em relação a um eixo vertical.
- Ⓓ palavras que sejam simétricas em relação a um ponto.
- Ⓔ palavras que sejam simétricas em relação a um eixo horizontal.

RASCUNHO

QUESTÃO 39

As questões I e II abaixo fizeram parte das provas de Matemática do Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB), em 2003, para participantes que terminaram, respectivamente, a 8.ª série do ensino fundamental e o 3.º ano do ensino médio. Na questão I, 56% dos participantes escolheram como correta a opção C, enquanto, na questão II, 61% dos participantes escolheram como correta a opção A.

O número 0,25 pode ser representado pela fração

- (A) $\frac{1}{4}$
- (B) $\frac{1}{2}$
- (C) $\frac{2}{5}$
- (D) $\frac{1}{8}$

questão I



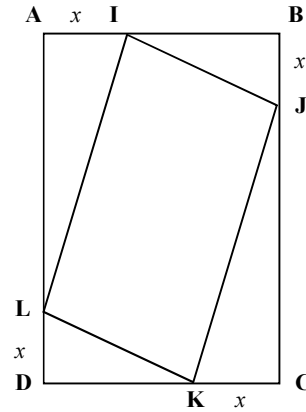
questão II

Analisando os dados apresentados, assinale a opção que **não** justifica o erro que os estudantes cometeram ao escolher as suas respostas.

- Ⓐ Na questão I, a maioria dos respondentes considera que a representação do número decimal $0,ab$ na forma de fração é $\frac{a}{b}$.
- Ⓑ Nas questões I e II, a maioria dos respondentes considera que as frações $\frac{a}{b}$ e $\frac{b}{a}$ são equivalentes.
- Ⓒ Na questão I, a maioria dos respondentes considera que $0,25$ e $\frac{1}{4}$ são representações de números diferentes.
- Ⓓ Na questão II, a maioria dos respondentes considera que $-\frac{2}{5}$ e $-0,4$ são representações de números diferentes.
- Ⓔ Na questão II, a maioria dos respondentes considera que a representação decimal da fração $\frac{a}{b}$ é a,b .

QUESTÃO 40 – DISCURSIVA

No retângulo ABCD ao lado, o lado AB mede 7 cm e o lado AD mede 9 cm. Os pontos I, J, K e L foram marcados sobre os lados AB, BC, CD e DA, respectivamente, de modo que os segmentos AI, BJ, CK e DL são congruentes.



Com base nessa situação, faça o que se pede nos itens a seguir e transcreva suas respostas para o Caderno de Respostas, nos locais devidamente indicados.

a) Demonstre que o quadrilátero IJKL é um paralelogramo.

(valor: 3,0 pontos)

RASCUNHO – QUESTÃO 40 – ITEM a

b) Escreva a função que fornece a área do paralelogramo IJKL em função de x e determine, caso existam, seus pontos de máximo e de mínimo

(valor: 4,0 pontos)

RASCUNHO – QUESTÃO 40 – ITEM b

c) Na resolução desse problema, que conceitos matemáticos podem ser explorados com alunos do ensino fundamental e do ensino médio?

(valor: 3,0 pontos)

RASCUNHO – QUESTÃO 40 – ITEM c

As questões de 41 a 51, a seguir, são específicas para os estudantes de **BACHARELADO**

QUESTÃO 41

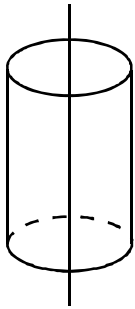


figura I

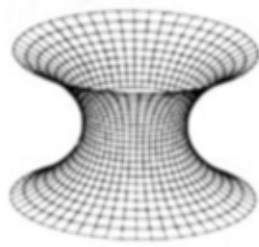


figura II

O cilindro e o catenóide, representados nas figuras I e II, são superfícies regulares de rotação geradas, respectivamente, pelas curvas $\alpha_1(t) = (1, 0, t)$ e $\alpha_2(t) = (\cosh t, 0, t)$, com $t \in \mathbb{R}$.

Considerando essas informações, conclui-se que

- Ⓐ a curvatura gaussiana do catenóide é negativa.
- Ⓑ as duas superfícies são localmente isométricas.
- Ⓒ as únicas geodésicas do cilindro são as retas.
- Ⓓ a curvatura gaussiana do cilindro é constante e positiva.
- Ⓔ as curvas $\alpha_1(t)$ e $\alpha_2(t)$ são os paralelos das respectivas superfícies de rotação.

QUESTÃO 42

Um domínio de integridade é um domínio principal quando todo ideal é principal, isto é, pode ser gerado por um único elemento. Com base nesse conceito, avalie as seguintes afirmações.

- I O anel $\mathbb{Z}[x]$ — de polinômios sobre \mathbb{Z} na variável x — é um domínio principal, em que \mathbb{Z} é o anel dos inteiros.
- II Se K é um corpo, $K[x]$ — o anel de polinômios sobre K na variável x — é um domínio principal.
- III O anel dos inteiros gaussianos $\mathbb{Z}[i]$ é um domínio principal.

É correto o que se afirma em

- Ⓐ I, apenas.
- Ⓑ II, apenas.
- Ⓒ I e III, apenas.
- Ⓓ II e III, apenas.
- Ⓔ I, II e III.

QUESTÃO 43

Considere o espaço vetorial $V = (\mathbb{R}^2, \langle \cdot, \cdot \rangle_1)$ munido do seguinte produto interno: $\langle u, v \rangle_1 = x_1x_2 - y_1x_2 - x_1y_2 + 4y_1y_2$, em que $v = (x_1, y_1)$ e $u = (x_2, y_2)$ são vetores de \mathbb{R}^2 . Considere $T : V \rightarrow V$ o operador linear dado por $T(x, y) = (2y, \frac{x}{2})$. Com relação ao produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle_1$ e ao operador T , assinale a opção correta.

- Ⓐ Os vetores $e_1 = (1, 0)$ e $e_2 = (0, 1)$ são ortogonais em relação ao produto interno $\langle \cdot, \cdot \rangle_1$.
- Ⓑ O operador T preserva o produto interno, isto é, $\langle T(u), T(v) \rangle_1 = \langle u, v \rangle_1$.
- Ⓒ $T(x, y) = T(y, x)$, para todo (x, y) de \mathbb{R}^2 .
- Ⓓ O vetor $u = (2, 0)$ pertence ao núcleo de T .
- Ⓔ Existe um vetor $v = (x, y) \in \mathbb{R}^2$ tal que $x^2 + y^2 = 1$ e $\langle v, v \rangle_1 = 0$.

RASCUNHO

QUESTÃO 44

Para cada número real k , a equação diferencial $y''(x) + 2y'(x) + ky(x) = 0$ possui uma única solução $y_k(x)$ que satisfaz às condições iniciais $y_k(0) = 0$ e $y_k'(0) = 1$.

Considere o limite $L_k = \lim_{x \rightarrow +\infty} y_k(x)$ e analise as seguintes asserções a respeito desse limite.

Para qualquer $k \in (0, 1)$, o valor de L_k é zero

porque

a equação diferencial dada é não-linear.

A respeito dessa afirmação, assinale a opção correta.

- A As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.
- B As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda não é uma justificativa correta da primeira.
- C A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é falsa.
- D A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é verdadeira.
- E Ambas as asserções são proposições falsas.

QUESTÃO 45

Considere uma função $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que possui segunda derivada em todo ponto e que satisfaz à seguinte propriedade:

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(2+h) + f(2-h) - 2f(2)}{h^2} = 1.$$

Um estudante de cálculo diferencial, ao deparar-se com essa situação, escreveu a afirmação seguinte.

A segunda derivada $f''(2) = 1$

porque

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(x+h) + g(x-h) - 2g(x)}{h^2} = g''(x), \text{ qualquer que seja a função } g.$$

Com relação ao afirmado pelo estudante, assinale a opção correta.

- A As duas asserções são proposições verdadeiras, e a segunda é uma justificativa correta da primeira.
- B As duas asserções são proposições verdadeiras, mas a segunda não é uma justificativa correta da primeira.
- C A primeira asserção é uma proposição verdadeira, e a segunda é falsa.
- D A primeira asserção é uma proposição falsa, e a segunda é verdadeira.
- E Ambas as asserções são proposições falsas.

RASCUNHO

QUESTÃO 46

Considere as integrais complexas

$$I_1 = \int_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{\cos \pi z}{z(z-1)^2} dz \text{ e } I_2 = \int_{|z+1|=\frac{1}{2}} \frac{\cos \pi z}{z(z-1)^2} dz.$$

A soma $I_1 + I_2$ é igual a

- A $4\pi i$.
- B $2\pi i$.
- C 0.
- D $-2\pi i$.
- E $-4\pi i$.

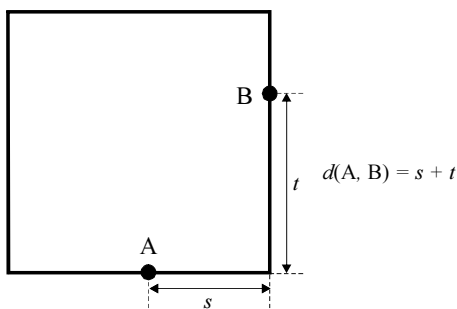
QUESTÃO 47

Considere o grupo G das raízes 6-ésimas da unidade, isto é, o grupo formado pelos números complexos z , tais que $z^6 = 1$. Com relação ao grupo G , assinale a opção correta.

- A O grupo G é cíclico.
- B G é um grupo de ordem 3.
- C O número complexo $e^{\frac{2\pi i}{5}}$ é um elemento primitivo de G .
- D Existe um subgrupo de G que não é cíclico.
- E Se z é um elemento primitivo de G , então z^2 também é um elemento primitivo de G .

QUESTÃO 48

No plano \mathbb{R}^2 , considere que o conjunto Q consiste dos lados de um quadrado de lado unitário. Nesse conjunto, pode-se definir uma métrica d da seguinte maneira: dados dois pontos distintos, $A, B \in Q$, $d(A, B)$ é definida como o comprimento euclidiano da menor poligonal contida em Q e com extremidades A e B , e $d(A, B) = 0$, se $A = B$, conforme ilustra a figura abaixo.



O espaço métrico Q , munido da métrica d ,

- A tem diâmetro igual a $\sqrt{2}$.
- B possui um par de pontos tais que $d(x, y) \neq d(y, x)$.
- C é um subespaço métrico do plano \mathbb{R}^2 munido da métrica euclidiana.
- D coincide com uma bola aberta de centro em um dos vértices de Q e de raio 3 na métrica d .
- E é igual à união de duas bolas abertas de centros em vértices distintos de Q e de raio 1 na métrica d .

RASCUNHO

QUESTÃO 49

Quando uma partícula desloca-se ao longo de uma curva C parametrizada por $r(t) = (x(t), y(t), z(t))$, $t \in [a, b]$, sob a ação de um campo de força \vec{F} em \mathbb{R}^3 , o trabalho realizado pelo campo ao longo de C é dado por

$$\int_C \vec{F} \cdot d\mathbf{r} = \int_a^b \vec{F}(r(t)) \cdot \frac{dr}{dt}(t) dt.$$

Se $\vec{F}(r) = f(|r|) \frac{r}{|r|}$, em que $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ é uma função contínua e

$|r| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$, então $\vec{F} = \text{grad}(g(|r|))$, em que g é uma primitiva de f . Considerando essas informações, conclui-se que o trabalho realizado pelo campo $\vec{F}(r) = \frac{2\pi}{|r|^2} r$ ao longo da hélice C dada por $r(t) = (\cos t, \sin t, t)$, $t \in [0, 2\pi]$, é

- A $-2\pi \ln(1 + 4\pi^2)$.
- B $-6\pi \left(\frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi^2}} - 1 \right)$.
- C $2\pi \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 4\pi^2}} \right)$.
- D $4\pi \ln \sqrt{1 + 4\pi^2}$.
- E $2\pi \ln \sqrt{1 + 4\pi^2}$.

QUESTÃO 50

Efetuada-se o produto das séries de Taylor, em torno da origem, das funções reais $f(x) = \frac{1}{1+x}$ e $g(x) = \ln(1+x)$, obtém-se, para $|x| < 1$, o desenvolvimento em série de potências da seguinte função:

$$\varphi(x) = \frac{\ln(1+x)}{1+x} = x - \left(1 + \frac{1}{2}\right)x^2 + \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)x^3 - \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}\right)x^4 + \dots$$

O coeficiente de x^n na série de potências de φ' , a derivada de primeira ordem da função φ , é igual a

- A $1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}$.
- B $(-1)^n n \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right)$.
- C $(-1)^n (n+1) \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n+1}\right)$.
- D $(n+1) \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n+1} + \frac{1}{n+2}\right)$.
- E $(-1)^n n \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{1}{2} + \dots + \frac{1}{n+1}\right)$.

QUESTÃO 51 – DISCURSIVA

Considere uma função derivável $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que satisfaz à seguinte condição:

Para qualquer número real $k \neq 0$, a função $g_k(x)$ definida por $g_k(x) = x - kf(x)$ não é injetora.

Com base nessa propriedade, faça o que se pede nos itens a seguir e transcreva suas respostas para o Caderno de Respostas, nos locais devidamente indicados.

a) Mostre que, se $g'_k(x_0) = 0$ para algum $k \neq 0$, então $f'(x_0) = \frac{1}{k}$.

(valor: 3,0 pontos)

RASCUNHO – QUESTÃO 51 – ITEM a

b) Mostre que, para cada $k \in \mathbb{R}$ não-nulo, existem números α_k e β_k tais que $g_k(\alpha_k) = g_k(\beta_k)$. Além disso, justifique que, para todo $k \in \mathbb{R}$ não-nulo, existe um número θ_k tal que $g'_k(\theta_k) = 0$.

(valor: 3,0 pontos)

RASCUNHO – QUESTÃO 51 – ITEM b

c) Mostre que a função derivada de primeira ordem f' não é limitada.

(valor: 4,0 pontos)

RASCUNHO – QUESTÃO 51 – ITEM c

QUESTIONÁRIO DE PERCEÇÃO SOBRE A PROVA

As questões abaixo visam levantar sua opinião sobre a qualidade e a adequação da prova que você acabou de realizar.

Assinale as alternativas correspondentes à sua opinião, nos espaços próprios do Caderno de Respostas.

Agradecemos sua colaboração.

QUESTÃO 1

Qual o grau de dificuldade desta prova na parte de Formação Geral?

- A Muito fácil.
- B Fácil.
- C Médio.
- D Difícil.
- E Muito difícil.

QUESTÃO 2

Qual o grau de dificuldade desta prova na parte de Componente Específico?

- A Muito fácil.
- B Fácil.
- C Médio.
- D Difícil.
- E Muito difícil.

QUESTÃO 3

Considerando a extensão da prova, em relação ao tempo total, você considera que a prova foi

- A muito longa.
- B longa.
- C adequada.
- D curta.
- E muito curta.

QUESTÃO 4

Os enunciados das questões da prova na parte de Formação Geral estavam claros e objetivos?

- A Sim, todos.
- B Sim, a maioria.
- C Apenas cerca da metade.
- D Poucos.
- E Não, nenhum.

QUESTÃO 5

Os enunciados das questões da prova na parte de Componente Específico estavam claros e objetivos?

- A Sim, todos.
- B Sim, a maioria.
- C Apenas cerca de metade.
- D Poucos.
- E Não, nenhum.

QUESTÃO 6

As informações/instruções fornecidas para a resolução das questões foram suficientes para resolvê-las?

- A Sim, até excessivas.
- B Sim, em todas elas.
- C Sim, na maioria delas.
- D Sim, somente em algumas.
- E Não, em nenhuma delas.

QUESTÃO 7

Você se deparou com alguma dificuldade ao responder à prova. Qual?

- A Desconhecimento do conteúdo.
- B Forma diferente de abordagem do conteúdo.
- C Espaço insuficiente para responder às questões.
- D Falta de motivação para fazer a prova.
- E Não tive qualquer tipo de dificuldade para responder à prova.

QUESTÃO 8

Considerando apenas as questões objetivas da prova, você percebeu que

- A não estudou ainda a maioria desses conteúdos.
- B estudou alguns desses conteúdos, mas não os aprendeu.
- C estudou a maioria desses conteúdos, mas não os aprendeu.
- D estudou e aprendeu muitos desses conteúdos.
- E estudou e aprendeu todos esses conteúdos.

QUESTÃO 9

Qual foi o tempo gasto por você para concluir a prova?

- A Menos de uma hora.
- B Entre uma e duas horas.
- C Entre duas e três horas.
- D Entre três e quatro horas.
- E Quatro horas e não consegui terminar.